KRETINGOS SIMONO DAUKANTO PAGRINDINĖ MOKYKLA

# MATEMATIKA

Metodinė priemonė

# *PROCENTAI*

## Uždavinių sprendimo pavyzdžiai

Parengė matematikos vyresnioji mokytoja
Nijolė Andriuškytė

SUDERINTA
Kretingos Simono Daukanto pagrindinės mokyklos
tiksliųjų mokslų metodinės grupės
2012-10-03 susirinkime, protokolo Nr. R5-632

## TURINYS

## METODINIO DARBO KORTELĖ

| | |
|---|---|
| Dalykas | Matematika |
| Tema | Procentai |
| Anotacija<br>(iki 300 ženklų) | Procento sąvoka įvedama penktoje klasėje. Penktoje ir šeštoje klasėse sprendžiami patys paprasčiausi procentų uždaviniai. Sudėtingesni procentų uždaviniai sutinkami tik vyresnėse klasėse; taip pat įvairiuose matematikos uždavinių sprendimo konkursuose ir olimpiadose.<br>Procentai skaičiuojami ne tik buityje, versle, ekonomikoje. Jie svarbūs beveik visose mokslo šakose.<br>Šioje metodinėje priemonėje pateikiami gana paprasti ir sudėtingesni procentų taikymo uždaviniai. Nors procentų uždavinių teorija yra paprasta, tačiau, sprendžiant uždavinius, atsiranda įvairių sunkumų. Kad būtų paprasčiau spręsti uždavinius, pateiksiu tokių uždavinių sprendimo schemų ir jų taikymo pavyzdžių.<br>Šioje metodinėje priemonėje pateiktos užduotys gabesniems žemesniųjų klasių mokiniams, norintiems gilinti matematikos žinias bei vyresniųjų klasių mokiniams, norintiems pakartoti labai svarbų matematikos skyrių „Procentai“. Metodinė priemonė skatins mokinius dirbti savarankiškai ir palengvins mokytojo darbą tiek pamokų metu , tiek neformaliajame ugdyme. |
| Žanras | Uždavinių sprendimo pavyzdžiai |
| Autorius | Nijolė Andriuškytė |
| Pareigos | Mokytoja |
| Išsilavinimas | Aukštasis |
| Kvalifikacinė kategorija | Vyresnioji matematikos mokytoja |
| Institucija | Kretingos Simono Daukanto pagrindinė mokykla |
| Telefonas | +370 61688289 |
| Elektroninis paštas | nijoleandriuskyte@gmail.com |
| Parengimo data | 2012-10-03 |
| Darbas saugomas | Matematikos kabinete |

# ANOTACIJA

Šioje metodinėje priemonėje pateiktos užduotys gabesniems žemesniųjų klasių mokiniams, norintiems gilinti matematikos žinias  bei vyresniųjų klasių mokiniams, norintiems pakartoti labai svarbų matematikos skyrių ,,Procentai“. Metodinė priemonė skatins mokinius dirbti savarankiškai ir palengvins mokytojo darbą tiek pamokų metu , tiek neformaliajame ugdyme.

Metodinės priemonės tikslas:

● padėti mokiniams gilinti žinias;
● skatinti mokinius dirbti savarankiškai;
● supažindinti mokinius su įdomesniais matematikos taikymais;
● palengvinti mokytojo darbą ugdymo procese.

## *Trumpas teorinis kursas*

**Procentas yra šimtoji skaičiaus dalis (lotyniškai pro centum – nuo šimto).**

**Procentai žymimi %.**

**1% = 0,01,**

**50% = 0,5,**

**30% = 0,3.**

**Norint skaičių paversti procentais, reikia jį padauginti iš 100%.** ***Pavyzdžiui,***

**0,5 = 0,5 . 100% = 50%,**

**1,5 = 1,5 . 100% = 150%,**

**0,03 = 0,03 . 100% = 3%.**

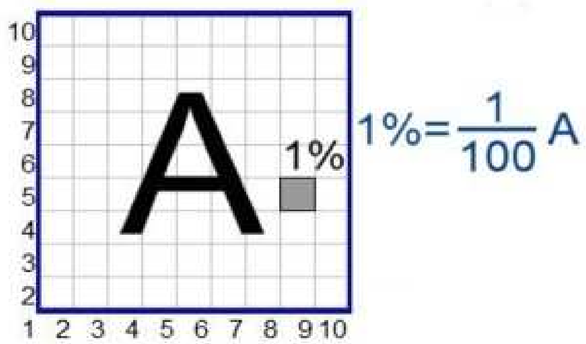
**Promilė – tūkstantoji skaičiaus dalis. Promilės žymimos %o.**

**1%o = 0,001,**

**25%o = 0,025.**

### *Procentų formulės*

**Procento apibrėžimo ir skaičiavimo formulė :**




$$p\% = \frac{1}{100} \cdot p \cdot A$$

**Formulė apskaičiuoti p procentų (p%) nuo skaičiaus a:**

$$\frac{p}{100} \cdot a$$

**Formulė sužinoti skaičių a, kurio procentai (p) yra skaičius b:**

$$a = \frac{b}{p} \cdot 100$$

**Norint dviejų skaičių a ir b santykį išreikšti procentais r, reikia šį santykį dar padauginti iš 100:**

$$r = \frac{a}{b} \cdot 100\%.$$

## *Sudėtiniai procentai*

*Jeigu pradinis indėlis banke yra S, o sudėtinių palūkanų norma - p%, tai indėlio banke sumą* $S_t$ *po t metų galima apskaičiuoti pagal formulę:*

$$\boxed{S_t = S(1+\frac{p}{100})^t, t \in N}$$

*Sudėtinės palūkanos gali būti skaičiuojamos ne tik už metus, bet ir kitikiais laiko tarpsniais, pavyzdžiui, kas pusmetį, kas ketvirtį, kas mėnesį.*

*Jeigu sudėtinės metinės palūkanos p% už indėlį S skaičiuojamos m kartų per metus, tai kaskart skaičiuojamos* $\frac{p}{m}\%$ *sudėtinės palūkanos, o priskaičiuota suma* $S_{mt}$ *po t metų, t. y. po m·t laiko tarpsnių, bus:*

$$\boxed{S_{mt} = S(1+\frac{p}{m \cdot 100})^{mt}, m \in N, t \in N}$$

## *Uždavinių sprendimo pavyzdžiai:*

**1 pavyzdys.** Ekskursijoje dalyvavo 22 mokiniai iš 25, besimokančiųjų vienoje klasėje. Kiek procentų mokinių dalyvavo ekskursijoje?

**Sprendimas:** $x = \frac{22}{25} \cdot 100 = 88(\%)$.

***Atsakymas:*** 88%.

**2 pavyzdys.** Perdirbant naftą, gaunamas 30% žibalo. Kiek tonų žibalo bus gauta, perdirbus 360 t naftos?

**Sprendimas:** pasinaudojame formule $r = \frac{a}{b} \cdot 100\%$. Čia $r = 30, b = 360$, todėl $a = \frac{rb}{100} = \frac{30 \cdot 360}{100} = 108(t)$;

***Atsakymas****: 108 tonos.*

**3 pavyzdys.** Du kartus tuo pačiu procentu buvo sumažinta prekės, kainavusios 225 litus, kaina. Raskite mažinimo procentą, jeigu prekė po sumažinimo kainuoja 144 litus.

**Sprendimas:** Tegul – x ieškomasis procentas. Tuomet pirmą kartą prekės kaina sumažėjo $\frac{225x}{100} Lt.$, ir naujoji prekės kaina yra $225 - \frac{225x}{100} = 225 \cdot (\frac{100-x}{100})$.

Antrą kartą sumažėjimas lygus $\frac{225 \cdot (\frac{100-x}{100})x}{100} Lt.$, o naujoji kaina

$$225 \cdot \left(\frac{100-x}{100}\right) - \frac{225\left(\frac{100-x}{100}\right)x}{100} = 225\left(\frac{100-x}{100}\right)^2$$

Iš čia turime:

$$225\left(\frac{100-x}{100}\right)^2 = 144,$$

$$15\left(\frac{100-x}{100}\right) = 12,$$

$$\frac{100-x}{100} = \frac{12}{15},$$

$$15(100-x) = 1200,$$

$$100 - x = 80,$$

$$x = 20\%.$$

***Atsakymas:*** *20%.*

***4 pavyzdys.*** Švieži grybai turi 90% vandens, o džiovinti - 12%. Kiek gaunama džiovintų grybų iš 22 kg šviežių?

***Sprendimas:*** 22 kg šviežių grybų yra $22 \cdot 0,1 = 2,2kg$ grybų be vandens (t.y. 10% nuo 22 kg). Džiovintuose grybuose grybai be vandens sudaro 88%. Taigi, šiuos kiekius reikia sulyginti:
$x = \frac{22 \cdot 0,1}{0,88} = 2,5(kg)$. ***Atsakymas:*** 25 kilogramus.

***5 pavyzdys.*** Turistas įveikė maršrutą per tris dienas. Pirmąją dieną jis nuėjo 30% viso kelio, antrąją - 60% likučio, o trečiąją dieną jis turėjo įveikti 1 km mažiau, negu pirmąją dieną. Koks maršruto ilgis?

***Sprendimas:*** Tegul maršruto ilgis x km. Tuomet pirmąją dieną jis nuėjo 0,3x km ir jam liko nueiti 0,7x km. Antrąją dieną jis nuėjo 0,42x km, nes 60% nuo 0,7x sudaro 0,6·0,7x = 0,42x. Todėl trečiąją dieną jis turėjo nueiti 0,28x km, nes 0,7x – 0,42x = 0,28x. Pagal uždavinio sąlygą trečiąją dieną nueita 1 km mažiau, negu pirmąją dieną, todėl

$0,3x - 0,28x = 1,$

$0,02x = 1,$

$x = 50(km).$

***Atsakymas****:* 50 kilometrų.

***6 pavyzdys.*** Prekės kainą padidino 25% . keliais procentais reikia sumažinti naująją kainą, kad gautume pradinę prekės kainą?

***Sprendimas:*** Sakykime, kad x – pradinė prekės kaina. Po pabrangimo prekė kainuoja $x + 0,25x = 1,25x.$ ieškome senosios ir naujosios kainos santykio ir išreiškiame jį procentais:

$\frac{x}{1,25x} \cdot 100 = 80(\%).$

Reiškia, naująją kainą reikia sumažinti $100\% - 80\% = 20\%$.

***Atsakymas:*** 20 procentų.

## Pasitreniruokite:

**1.** Knyga 25 % brangesnė už albumą. Keliais procentais albumas pigesnis už knygą?

*Ats.:* 20 %.

**2.** Dramos būrelyje berniukų skaičius sudaro 80 % mergaičių skaičiaus. Kiek procentų mergaičių skaičius sudaro berniukų skaičiaus?

*Ats.:* 125 %.

**3.** Pardavėjas iš gamintojo televizorių pirko už 1200 Lt. Jis paskelbė naują kainą, o televizorių pardavė su 10 % nuolaida, gavęs 20 % pelną. Kokią televizoriaus kainą buvo paskelbęs pardavėjas?

*Ats.:* 1600 Lt.

**4.** Pardavėjas pirko batus iš batsiuvio už tam tikrą pinigų sumą ir paskelbė 230 Lt kainą. Pardavęs batus su 18 % nuolaida, jis gavo 15 % pelną. Už kiek litų pardavėjas nupirko batus iš batsiuvio?

*Ats.:* 164 Lt.

**5.** Kai statinė 30 % tuščia, joje yra 30 litrų daugiau negu tada, kai ji 30 % pripildyta. Kokia statinės talpa?

*Ats.:* 25 *l*.

**6.** Broliai Linas ir Romas kartu eina į mokyklą. Romo žingsnis 10 % trumpesnis už Lino žingsnį, bet jis padaro 10 % daugiau žingsnių negu Linas. Kuris brolis anksčiau ateis į mokyklą?

*Ats.:* Linas.

**7.** Dėžutėje sudėti auksiniai ir sidabriniai daiktai: monetos ir žiedai. Žiedai sudaro 20 % visų daiktų, o 40 % monetų yra sidabrinių. Kokį visų daiktų procentą sudaro auksinės monetos?

*Ats.:* 48 %.

**8.** Bankas išdavė kreditus įmonėms ir gyventojams. Kreditai, išduoti gyventojams, sudarė 25 % sumos, išduotos įmonėms. Kiek procentų bendros kreditų sumos sudaro įmonėms išduoti kreditai?

*Ats.:* 80 %

**9.** Bilieto į kino teatrą kaina 18 Lt. Sumažinus bilieto kainą, žiūrovų skaičius padidėjo 50 %, o pajamos (įplaukos) padidėjo tik 25 %. Keliais litais buvo sumažinta bilieto kaina?

*Ats.:* 3 Lt.

**10.** Kai bilieto kaina į teatrą padidėjo 40 %, pajamos už bilietus padidėjo tik 20 %. Kiek procentų sumažėjo žiūrovų skaičius?

*Ats.:* 10 %.

**11.** Netgi tada, kai kupranugaris Noris yra ištroškęs, 84 % jo masės sudaro vanduo. Po to, kai jis atsigavo, jo masė padidėjo iki 800 kg, o vanduo sudaro 85 % jo masės. Kokia kupranugario Norio masė, kai jis ištroškęs?

*Ats.:* 750 kg.

**12.** Rūdoje yra 20 % priemaišų (pagal masę), o metale – tik 5 % priemaišų. Kiek reikia rūdos, norint gauti 160 kg metalo?

*Ats.:* 190 kg.

**13.** Iš 20 t rūdos gauti 8 t metalo, kuriame pagal masę yra 5 % priemaišų. Kiek procentų priemaišų yra rūdoje?

*Ats.:* 62 %.

**14.** Iš 22 kg grybų gauta 2,5 kg džiovintų grybų, kurių 12 % masės sudaro vanduo. Kiek procentų vanduo sudaro šviežių grybų masės?

*Ats.:* 90 %.

**15.** Nedžiovintų grūdų drėgnumas 25 %, o padžiovintų – 12 %. Keliais procentais sumažėjo grūdų masė, padžiovinus juos?

*Ats.:* 12,5 %

**16.** Į sandėlį atvežta 6 tonos 10 % drėgnumo druskos. Po kurio laiko druskos drėgnumas padidėjo dar 18 procentinių punktų. Keliais procentais padidėjo druskos masė?

*Ats.:* 25 %.

**17.** Džiovinant grybus jų masė sumažėjo 10 kartų. Kiek procentų vandens turėjo švieži grybai, jei 15 % džiovintų grybų masės sudaro vanduo?

*Ats.:* 91,5 %.

**18.** Jeigu 100 g druskos tirpalo sumaišytume su 200 g kitos koncentracijos druskos tirpalu, gautume 50 % druskos tirpalą. Jeigu pirmojo tirpalo imtume 300 g, o antrojo – 200 g, tai gautume 42 % tirpalą. Raskite abiejų tirpalų procentines koncentracijas.

*Ats.:* 30 %, 60 %.

## *UŽDUOTYS SAVARANKIŠKAM DARBUI*

**1.** Prekė su 10% nuolaida buvo parduota už 18 litų. Kokia buvo prekės kaina be nuolaidos?

**2.** Pagal planą darbininkas turėjo pagaminti 120 detalių. Jis viršijo planą 40%. Kiek detalių pagamino darbininkas?

**3.** Į banką buvo padėta 5000 litų. Kiek litų bus išmokėta palūkanų po dviejų metų, jeigu per metus indėlis padidėja 3%.

**4.** Du fabrikai pagal planą per mėnesį turėjo pagaminti 360 staklių. Pirmasis fabrikas planą įvykdė 112%, antrasis - 110%, todėl abu fabrikai per mėnesį pagamino 400 staklių. Kiek staklių virš plano pagamino pirmasis fabrikas?

**5**. Po dviejų atlyginimo padidinimų jis dabar sudaro $\frac{15}{8}$ dalių pradinio. Keliais procentais buvo didinamas atlyginimas pirmąjį kartą, jeigu antrąkart buvo padidinta du kartus daugiau, negu pirmąjį kartą?

**6**. Rūda turi 40% priemaišų, o iš jos išlydytas metalas turi 4% priemaišų. Kiek gaunama metalo iš 24 tonų rūdos?

**7.** Darbo diena buvo sutrumpinta nuo 8 valandų iki 7 valandų. Kiek procentų reikia padidinti darbo našumą, kad esant tiems patiems įkainiams, darbo užmokestis padidėtų 5% ?

**8.** Per pirmąjį ketvirtį gamykla pagamino 1000 gaminių, per antrąjį - 10% daugiau, o per trečiąjį ir ketvirtąjį ketvirčius gamybos apimtis buvo padidinta tuo pačiu (nežinomu) procentu. Rasti tą procentą, jeigu per ketvirtąjį ketvirtį gamykla pagamino 1584 gaminius.

**9.** Prekės kaina buvo sumažinta 20%, po to - 15%, o po patikrinimo – dar 10%. Kiek procentų iš viso buvo sumažinta prekės kaina?

**10**. Kiekvienų metų pabaigoje bankai priskaičiuoja 2% palūkanų. Apskaičiuokite indėlį, jei per du metus gauta 10,1 lito palūkanų.

**11.** Tarptautiniame aukcione parduoti du brangūs kailiukai, kurių bendra vertė 2250 litų, ir gauta 40% pelno. Kokia pirmojo kailiuko vertė, jei už jį gauta 25%, o už antrąjį - 50% pelno?

**12.** Sausio mėnesio planą gamykla įvykdė 105%, o vasario mėnesį ji pagamino 4% daugiau produkcijos, negu sausio mėnesį. Kiek procentų gamykla viršijo dviejų mėnesių gamybos planą?

**13.** Dviejų metalų lydinyje pirmojo metalo yra 140 gramų daugiau, negu antrojo. Vėliau pirmojo metalo kiekį padidino 30%, o antrojo kiekį padvigubino. Bendra lydinio masė tapo lygi 1634 gramo. Rasti pradinę lydinio masę.

**14**. Turime du sieros rūgšties tirpalus: pirmasis - 40%, antrasis - 60%. Šie du tirpalai buvo sumaišyti ir į mišinį įpilta 5 kg vandens. Gavosi 20% tirpalas. Jeigu vietoj 5 kg vandens būtų įpilta 5 kg 80% tirpalo, tai būtų gautas 70% tirpalas. Kiek buvo 40% tirpalo?

**15**. 4 litrai skiedinio, turinčio 35% vandens, buvo sumaišyta su 6 litrais skiedinio, turinčio 30% vandens. Rasti vandens procentą mišinyje.

**16.** Iš stiklainio, pripildyto 12% druskos tirpalo, buvo išpiltas 1 litras vandens. Po to vėl išpiltas 1 litras tirpalo ir pripilta tiek pat vandens. Tada stiklainyje pasidarė 3% druskos tirpalas. Kokia stiklainio talpa?

**17.** Buvo sumaišyta 30% druskos rūgšties tirpalo su 10% druskos rūgšties tirpalu ir gauta 600 g 15% tirpalo. Kiek gramų pirmojo tirpalo buvo paimta?

**18**. Pirmasis nežinomas skaičius sudaro 140% antrojo, o pirmojo ir trečiojo skaičių santykis lygus $\frac{14}{11}$. Rasti antrąjį skaičių, jeigu trečiojo ir antrojo skirtumas 40 vienetų mažesnis už skaičių, sudarantį 12,5 % pirmojo ir antrojo sumos.

**19.** Pirmais skaičius sudaro 45% antrojo, o antrasis - 80% trečiojo. Trečiasis skaičius didesnis už pirmąjį 640. Rasti visų trijų skaičių sumą.

**20.** Miesto gyventojų skaičius per du metus išaugo nuo 20000 iki 22050 žmonių. Rasti vidutinį metinį šio miesto gyventojų didėjimo procentą.

## *UŽDUOČIŲ SPRENDIMAI*

**1.**

Sudarome proporciją: x litų - 100%
18 litų - 90%

$$x = \frac{18 \cdot 100}{90} = 20(Lt)$$

***Atsakymas:*** **20 litų**

**2.**

Sudarome proporciją: 100% - 120 detalių
140% - x detalių

$$x = \frac{140 \cdot 120}{100} = 168(\det ales)$$

***Atsakymas:*** **168 detales**

**3.**

Sudarome proporciją: 100% - 5000 litų
3% - x litų

$$x = \frac{3 \cdot 5000}{100} = 150(Lt)$$

Po metų bus : $5000 + 150 = 5150(Lt)$
00% - 5150 litų
Sudarome proporciją: 3% - x litų

$$x = \frac{3 \cdot 5150}{100} = 154{,}5(Lt)$$

Po dviejų metų bus: $5150 + 154{,}5 = 5304{,}5(Lt)$
Palūkanos: $5304{,}5 - 5000 = 304{,}5(Lt)$
***Atsakymas:*** **304,5 litai**

**4.**

Sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} 1{,}12x + 1{,}1y = 400 \\ x + y = 360 \Rightarrow \underline{x = 360 - y}; \end{cases}$$

$$1{,}12(360 - y) + 1{,}1y = 400$$

$$0{,}02y = 3{,}2$$

$$y = 160;$$

$$x = 360 - 160 = 200;$$

$$1{,}12x = 1{,}12 \cdot 200 = 224$$

$$224 - 200 = 24(stakles).$$

***Atsakymas:*** ***24 stakles***

**5.**

Tegul pradinis atlyginimas y Lt. Po pakėlimo jis sudaro $\frac{15}{8}y(Lt)$. randame kiek tai sudaro procentais:

$y - 100\%$

$\frac{15}{8}y - x\%$;

$$x = \frac{\frac{15}{8}y \cdot 100}{y} = \frac{15}{8} \cdot 100 = 187{,}5(\%).$$

Vadinasi, atlyginimas pakeltas 87,5%. Pirmą kartą pakėlė x%, antrą kartą – 2x%.

$$y \cdot \left(\frac{100 + x}{100}\right) \cdot \left(\frac{100 + 2x}{100}\right) = \frac{15}{8}y \quad | :y \neq 0$$

$$\frac{10000 + 200x + 100x + 2x^2}{10000} = \frac{15}{8}$$

$$(2x^2 + 300x + 10000) \cdot 8 = 150000$$

$$2x^2 + 300x + 10000 = 18750$$

$$2x^2 + 300x - 8750 = 0$$

$$x^2 + 150x - 4375 = 0;$$

$$D = 40000,$$

$$x_1 = 25(\%)$$

$$x_2 \prec 0;$$

***Atsakymas:*** ***25%***

## 6.

Randame kiek gryno metalo yra rūdoje:
$24 \cdot 0{,}6 = 14{,}4 tonos,$ o išlydytame metale metalo yra 96% arba

$14{,}4 = x \cdot 0{,}96$

$x = 14{,}4 : 0{,}96$

$x = 15(t).$

***Atsakymas:*** ***15 tonų***

## 7.

Sakykime per dieną buvo padaroma y, tuomet per 1 val. darydavo: $\frac{y}{8}$;

Jei norim didesnio atlygio, tai turim ir padaryti daugiau 1,05y, ir per 1 val. padaro: $\frac{1{,}05y}{7}$;

x – didėjimo procentas, todėl

$\frac{y}{8} \cdot x = \frac{1{,}05y}{7},$

$7xy = 8{,}4y,$

$x = 1{,}2(\%).$

***Atsakymas:*** ***1,2%***

## 8.

Antrąjį ketvirtį pagamino: $1{,}1 \cdot 1000 = 1100.$

Trečiąjį ketvirtį pagamino: $1100 \cdot \left(\frac{100 + x}{100}\right)$, x – didėjimo procentas.

Ketvirtąjį ketvirtį:

$1100 \cdot \left(\frac{100 + x}{100}\right) \cdot \left(\frac{100 + x}{100}\right) = 1584,$

$\frac{1100 \cdot (100 + x)^2}{10000} = 1584,$

$0{,}11 \cdot (100 + x)^2 = 1584,$

$0{,}11 \cdot (10000 + 200x + x^2) - 1584 = 0,$

$1100 + 22x + 0{,}11x^2 - 1584 = 0,$

***Atsakymas:*** ***20%***

$0{,}11x^2 + 22x - 484 = 0,$

$D = 696{,}96;$

$x_1 = 20(\%),$

$x_2 \prec 0.$

## 9.

Sakykime, kaina buvo x:

$$\frac{0{,}8\cdot 0{,}85\cdot 0{,}9x}{x}=0{,}612$$

Reiškia sumažino:

$$(1-0.612)\cdot 100\%=38{,}8(\%).$$

***Atsakymas:*** ***38,8%***

## 10.

Tegul pradinis indėlis x litų. Sužinosim, kiek nuo x sudaro 2%:

$$xLt-100\%$$

$$y_1\,Lt-2\%,$$

$$y_1=\frac{2x}{100}=0{,}02x(Lt).$$

Po metų :

$$x+0{,}02x=1{,}02x(Lt),$$

$$1{,}02x-100\%$$

$$y_2\ -2\%,$$

$$y_2\ =\frac{2{,}04x}{100}=0{,}0204x.$$

Po 2 metų:

$$1{,}02x+0{,}0204x=1{,}0404x(Lt)$$

$$1{,}0404x-x=0{,}0404x$$

$$0{,}0404x=10{,}1$$

$$x=250(Lt).$$

***Atsakymas:*** ***250 litų***

## 11.

Pirmojo kailiuko vertė x, tuomet antrojo (2250-x) Lt. Pagal sąlygą:

$$1.25x+1{,}5(2250-x)=2250\cdot 1{,}4$$

$$1{,}25x+3375-1{,}5x=3150$$

$$0{,}25x=225$$

$$x=900(Lt).$$

***Atsakymas:*** ***900 litų***

**12.**

Sakykime, planas – x. Sausio mėnesį: 1,05x. Vasario mėnesį: 1,05x · 1,04.
Tuomet:

$$\frac{1{,}05x + 1{,}05 \cdot 1{,}04x}{2x} = 1{,}071$$

$1{,}071 - 1 = 0{,}071,$

$0{,}071 \cdot 100 = 7{,}1(\%).$

***Atsakymas:*** ***7,1%***

**13.**

Sakykime, pirmojo metalo yra x, tuomet antrojo –(x – 140). Tuomet pagal uždavinio sąlygą:

$1{,}3 \cdot x + 2 \cdot (x - 140) = 1634$

$1{,}3x + 2x - 280 = 1634$

$3{,}3x = 1914$

$x = 580(g).$

***Atsakymas:*** ***580 gramų***

**14.**

Pirmojo tirpalo buvo x, antrojo tirpalo y. Tuomet:

$$\begin{cases} 0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}2(x + y + 5) \\ 0{,}4x + 0{,}6y + 5 \cdot 0{,}8 = 0{,}7(x + y + 5) \end{cases}$$

0,4x- rūgšties kiekis pirmajame tirpale,
0,6y – rūgšties kiekis antrajame tirpale.

$$\begin{cases} 0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}2x + 0{,}2y + 1 \\ 0{,}4x + 0{,}6y + 4 = 0{,}7x + 0{,}7y + 3{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}4y = 1 \\ -0{,}3x - 0{,}1y = -0{,}5 \end{cases}$$

$2x + 4y = 10$

$3x + y = 5 \Rightarrow y = 5 - 3x;$

$2x + 4(5 - 3x) = 10$

$x + 2(5 - 3x) = 5$

$x = 10 - 6x = 5$

$-5x = -5$

$x = 1(kg).$

Atsakymas: 1 kg

## 15.

Apskaičiuojame, kiek vandens yra abiejuose tirpaluose:

1 – ame tirpale yra 4· 0,35 = 1,4 l vandens.

2 – ame tirpale yra 6· 0,3 = 1,8 l vandens.

Gautame tirpale yra 1,4 + 1,8 = 3,2 lvandens.

Gauto tirpalo masė 4 + 6 = 10 l.

Sudarome proporciją:

10 l - 100%

3,2 l - x%,

iš čia $x = \dfrac{3,2l \cdot 100\%}{10l} = 32\%$

***Atsakymas:*** ***32 procentai***

## 16.

Sakykime, indo talpa x, tuomet tirpalo procentinis santykis po pirmo nupylimo:

$\dfrac{x-1}{x} \cdot 0,12$

Po antrojo nupylimo procentinis santykis lygus:

$\dfrac{x-1}{x} \cdot \dfrac{x-1}{x} \cdot 0,12 = 0,03$

$(x-1)0,12 = 0,03x^2$

$0,03x^2 - 0,12x + 0,12 = 0$

$3x^2 - 12x + 12 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0,$

$D = 0, x = 2($

***Atsakymas:*** ***2 litrai***

## 17.

Sakykime, 30% tirpalo paėmė x gramų, tuomet 10% tirpalo paėmė (600 – x) gramų:

$0,3 \cdot x + 0,1 \cdot (600 - x) = 600 \cdot 0,15$

$0,3x + 60 - 0,1x = 90$

$0,2x = 30$

$x = 150(g).$

***Atsakymas:*** ***150 gramų***

**18.**

Pirmasis skaičius – 1,4x, antrasis – x, trečiasis - $\frac{1{,}4x \cdot 11}{14} = 1{,}1x$.

$2{,}4x - 100\%$

$y - 12{,}5\%,$

$y = \frac{12{,}5 \cdot 2{,}4x}{100} = 0{,}3x,$

$1{,}1x - x + 40 = 0{,}3x$

$0{,}1x - 0{,}3x = -40$

$0{,}2x = 40$

$x = 200.$

***Atsakymas:*** ***200***

**19.**

Pirmasis skaičius – 0,45x, antrasis – x, trečiasis - $\frac{10}{8}x.$.

$\frac{5}{4}x = 0{,}45x + 640$

$5x - 1{,}8x = 2560$

$3{,}2x = 2560$

$x = 800.$

Pirmasis skaičius: 0,45 · 800 = 360;

Antrasis skaičius: 800;

Trečiasis skaičius: $\frac{10}{8} \cdot 800 = 1000;$

360 + 800 + 1000 = 2160,

***Atsakymas:*** ***2160***

**20.**

$$2000 \cdot \left(\frac{100 + x}{100}\right)^2 = 22050$$

$$2000 \cdot \frac{(100 + x)^2}{10000} = 22050$$

$$(100 + x)^2 = 11025$$

$$x^2 + 200x - 1025 = 0,$$

$$D = 44100$$

$$x_1 = 5(\%), x_2 \prec 0.$$

***Atsakymas:*** ***5 procentai***

## Įvairių procentinių uždavinių sprendimo pavyzdžiai

**1. Turiu 30 Lt. Kokią jų dalį sudaro 10%?**

Sprendimas.

**I būdas**

Sudarome proporciją:

30 Lt - 100%

x Lt - 10% , iš čia

$$x = \frac{30Lt \cdot 10\%}{100\%} = 3.$$

**II būdas**

Kadangi ieškome dalies – tai $30 \cdot 0,1 = 3$Lt.

**Atsakymas.** 3 Lt.

**2. Prekė kainavo 120 Lt. Kiek litų padidės prekės kaina, kai ją padidins 15%?**

Sprendimas.

Prekės kaina padidės:

$120 \cdot 0,15 = 18$ Lt.

**Atsakymas**. 18 Lt.

**3. Baltijos jūros vandenyje yra 6 ‰ druskų. Kiek druskų yra kibire (10 kg) jūros vandens?**

Sprendimas.

1‰ – 0,001 dalis, tai **6 ‰** - 0,006 dalis

$10 \cdot 0,006 = 0,06$ kg.

**Atsakymas**. 0,06 kg.

**4. Studentas turėjo 80 Lt. Jis išleido 35% turėtų pinigų. Kiek litų išleido studentas?**

Sprendimas.

Kadangi ieškome dalies, tai $80 \cdot 0,35 = 28$ Lt.

**Atsakymas.** 28 Lt.

**5. Prekė pabrango 20% ir dabar kainuoja 102 Lt. Kiek kainavo prekė iki pabrangimo?**

Sprendimas.

**I būdas**

Sudarome proporciją:

102 Lt - 120%

x Lt - 100% , iš čia

$$x = \frac{102Lt \cdot 100\%}{120\%} = \frac{1020}{12} = 85.$$

**II būdas**

Tegu pradinė kaina x Lt, su pabrangimu bus

$x + x \cdot 0{,}2 = 102,$

$1{,}2 \cdot x = 102,$

$x = 85$ Lt.

**Atsakymas**. 85 Lt.

**6. Džiovinant obuolius jie netenka 84% masės. Kiek reikia šviežių obuolių, kad gautume 12 kg džiovintų?**

Sprendimas.

Tegul obuolių masė x kg, džiovinant netenka 84%, tai lieka $x - x \cdot 0{,}84 = 0{,}16$ kg.

Kadangi turime gauti 12 kg džiovintų, tai sudarome tokią lygtį:

$0{,}16x = 12,$

$x = 75$ Lt.

**Atsakymas**. 75 kg.

**7. Mokykloje mokosi 800 studentų. Vaikinai sudaro 75% visų studentų. Kiek mokosi mokykloje merginų?**

Sprendimas.

Merginų mokykloje mokosi 100% - 75% = 25%.

Kadangi mokykloje 800 studentų, tai merginų (t.y. dalies)

$800 \cdot 0{,}25 = 200$ merginų.

**Atsalymas.** 200.

**8. Batai, paltas ir kostiumas kainuoja 950 Lt. Paltas 20% brangesnis už batus, bet 25% pigesnis už kostiumą. Kiek kainuoja batai, paltas ir kostiumas?**

Sprendimas.

Sudarome sistemą:

Sakykime, kad paltas kainuoja x Lt, batai – y Lt, kostiumas – z Lt. Tuomet sudarome sistemą:

$$\begin{cases} x + y + z = 950 \\ x = 1{,}2y \\ x = 0{,}75z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 950 \\ y = \frac{5}{6}x \\ z = \frac{4}{3}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{5}{6}x + \frac{4}{3}x = 950 \\ y = \frac{5}{6}x \\ z = \frac{4}{3}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{19}{6}x = 950 \\ y = \frac{5}{6}x \\ z = \frac{4}{3}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 250 \\ z = 400 \end{cases}$$

**Atsakymas**. 250 Lt, 300 Lt, 400 Lt.

**9. Dviratininkas pirmąją dieną nuvažiavo 20% viso kelio, antrąją - 40% likusios kelio dalies, o trečiąją – paskutiniuosius 60 km. Kiek kilometrų dviratininkas nuvažiavo per tris dienas?**

Sprendimas.

Tegul visas kelias x km, tuomet pirmą dieną nuvažiavo **0,2·x** km.

Antrą dieną (x – 0,2·x) ·0,4 = 0,8x·0,4 =**0,32·x** km. Tai trečią dieną:

x – 0,32x – 0,2x = 60,

0,48x = 60,

x = 125 km.

**Atsakymas**. 125 km.

**10. Pirmą kartą prekės kaina buvo sumažinta 15%, o antrą - 20%. Kiek procentų iš viso atpigo prekė?**

Sprendimas**.**

Tegu pradinė prekės kaina **x**.

Po pirmojo atpiginimo prekė kainavo **x – 0,15x = 0,85x**.

Po antrojo atpiginimo prekė kainavo **0,85x – 0,85x·0,2 = 0,85x – 0,17x = 0,68x,**

Prekė atpigo %:

$$\frac{x-0{,}68x}{x}\cdot 100\% = \frac{0{,}32\mathrm{x}}{\mathrm{x}}\cdot 100\% = 32\%$$

**Atsakymas**. 32%.

**11. Keliais procentais reikia sumažinti skaičių 60, norint gauti skaičių, lygų 150% skaičiaus 8?**

Sprendimas**.**

Sakykime sumažinti reikia x%.

150% skaičiaus 8 yra 12.

$$60-60\cdot\frac{x}{100}=12,$$

$$60\cdot\left(1-\frac{x}{100}\right)=12,$$

$$1-\frac{x}{100}=0{,}2,$$

$$\frac{x}{100}=0{,}8,$$

$$x=80\%.$$

**Atsakymas**. 80%.

**12. Parduotuvė per 3 dienas pardavė 240 kg cukraus. Pirmą dieną parduota 25% viso cukraus, antrą dieną - 20% daugiau negu pirmą dieną, o trečią dieną – likusį cukrų. Kiek kilogramų cukraus parduota trečią dieną?**

Sprendimas.

Pirmą dieną parduota

$240 \cdot 0{,}25 = 60$ kg,

Antrą dieną parduota:

$60 + 60 \cdot 0{,}2 = 72$ kg,

tai trečią dieną parduota:

$240 - 72 - 60 = 108$ kg.

**Atsakymas**. 108 kg.

**13. Darbininkas, kuriam darbo užmokestis buvo padidintas 15%, gauna per mėnesį 552 Lt. Kiek jis gaudavo prieš pakeliant darbo užmokestį?**

Sprendimas.

Sudarome proporciją:

115% - 552 Lt

100% - x Lt,

iš čia $x = \frac{552 \cdot 100}{115} = 480$ Lt.

**Atsakymas**. 480 Lt.

**14. Du studentai per atostogas kartu uždirbo 465 Lt. Pirmas jų gavo 86% antrojo uždirbtos sumos. Kiek daugiau už pirmąjį gavo antrasis studentas?**

Sprendimas.

Sakykime, kad antrasis gavo x Lt, tai pirmas 0,86x Lt, o kartu jie uždirbo

$x + 0{,}86x = 465,$

$1{,}86x = 465,$

$x = 250$ Lt,

$250 - (465 - 250) = 250 - 215 = 35$ Lt.

**Atsakymas**. 35 Lt.

**15. Mokyklos studentų skaičius padidėjo 40% ir dabar yra 560 studentų. Kiek naujų mokinių priimta į mokyklą?**

Sprendimas.

Sudarome proporciją:

140% - 560

40% - x,

iš čia $x = \frac{560 \cdot 40\%}{140\%} = 160$.

**Atsakymas**. 160.

**16. Prekės kaina buvo padidinta 25%. Kiek procentų reikia sumažinti naują kainą, kad prekė kainuotų tiek, kiek prieš kainos padidinimą?**

Sprendimas.

Jei pradinė prekės kaina x, tai po padidinimo x + 0,25x = 1,25x.

Prekės kainą sumažinkime y %, tada turėsime

$$1{,}25x - 1{,}25x \cdot \frac{y}{100} = x,$$

$$0{,}25x = 1{,}25x \cdot \frac{y}{100},$$

$$0{,}2 = \frac{y}{100},$$

$y = 20\%$.

**Atsakymas**. 20%.

**17. Du kartus atpiginant prekę tuo pačiu procentu prekės kaina sumažėjo nuo 25 litų iki 16 litų. Kiek procentų prekės kaina buvo sumažinta kiekvieną kartą?**

Sprendimas.Pasinaudosime sudėtinių procentų formule:

$$16 = 25 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2,$$

$$\frac{16}{25} = \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2,$$

$$\frac{4}{5} = 1 - \frac{p}{100},$$

$$\frac{p}{100} = \frac{1}{5},$$

$p = 20\%$

**Atsakymas**. 20%.

**18. Studento stipendija buvo didinama du kartus tuo pačiu procentu ir padidėjo 2,25 karto. Po kiek procentų studento stipendija buvo padidinta kiekvieną kartą?**

Sprendimas.

Tegu pradinė stipendija buvo x Lt, tai po padidinimo 2,25x.

Pasinaudosime sudėtinių procentų formule:

$$2{,}25x = x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2,$$

$$2{,}25 = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2,$$

$$1{,}5 = 1 + \frac{p}{100},$$

$$\frac{p}{100} = 0{,}5,$$

$$p = 50\%$$

**Atsakymas**. 50%.

**19. Parduotuvė pirmą dieną pardavė 20% visų prekių, o antrą dieną - 25% likučio po pirmos dienos. Kiek procentų prekių liko neparduota?**

Sprendimas.

Tegu prekių buvo x,

Pirmą dieną pardavė 0,2x,

Antrą dieną parduota (x – 0,2x) $\cdot$0,25 = 0,2x.

Liko neparduota x – 0,2x – 0,2x = 0,6x prekių.

Liko neparduota % prekių:

$$x = \frac{0{,}6x}{x} \cdot 100\% = 60\%.$$

**Atsakymas**. 60%.

**20. Grupėje yra 15 merginų. Tai sudaro 60% visos grupės studentų. Ši grupė sudaro 5% visos mokyklos studentų skaičiaus. Kiek mokykloje studentų?**

Sprendimas.

Sudarome proporciją ir sužinosime kiek studentų yra grupėje:

15 - 60%

x - 100%, iš čia $x = \dfrac{15 \cdot 100\%}{60\%} = 25$ studentai grupėje,

Dabar sudarysime proporciją ir galėsime atsakyti į klausimą: kiek mokykloje studentų?

25 - 5%

x - 100%, iš čia

$$x = \frac{25 \cdot 100\%}{5\%} = 500 \text{ studentų.}$$

**Atsakymas**. 500.

**21. Bronza yra vario ir cinko lydinys. Varis sudaro 25% cinko masės. Kiek procentų vario yra bronzoje?**

Sprendimas.

Tegul cinko bronzoje yra **x**, tuomet vario **0,25x**.

Visas lydinys **x + 0,25x = 1,25x.**

Bronzoje vario % yra:

$$x = \frac{0{,}25x}{1{,}25x} \cdot 100\% = 20\%$$

**Atsakymas**. 20%.

**22. Kiek promilių sudaro draudimo premija, jei už 326000 Lt vertės turtą kasmet draudimo įstaigai reikia sumokėti po 1695,2 Lt premijos?**

Sprendimas.

Sudarome proporciją:

326000 Lt - 1000‰

1695,2 Lt - x‰, iš čia

$$x = \frac{1695{,}2 Lt \cdot 1000‰}{326000‰} = 5{,}2\ ‰.$$

**Atsakymas**. 5,2‰.

## *Savarankiškas darbas*

**1. Prekės kaina kartu su 18 % PVM lygi 510 Lt. Kiek ji kainuotų, jei PVM sumažėtų iki 15%?**

<u>Sprendimas</u>.

Sudarome proporciją:

510 - 118%

x Lt - 18%, iš čia

$$x = \frac{510Lt \cdot 18\%}{118\%} \approx 77{,}7966\,,$$

Be PVM prekės kaina yra **510 – 77,7966 = 432,2034**,

Su 15% PVM kaina yra 432,2034 + 432,2034·0,15≈497,03Lt

**Atsakymas**. 497,03Lt.

**2. Miesto gyventojų skaičius per metus padidėjo nuo 80000 iki 86400 žmonių. Koks yra metinis % gyventojų prieaugis?**

<u>Sprendimas</u>.

**I būdas**

Metinis prieaugis **86400 – 80000 = 6400 žmonių,**

Sudarome proporciją:

80000 - 100%

6400 - x%, iš čia

$$x = \frac{6400 \cdot 100\%}{80000} = 8\,\%.$$

**II būdas**

Pasinaudosime sudėtinių procentų formule:

$$86400 = 80000 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^1,$$

$$1{,}08 = 1 - \frac{p}{100},$$

$$0{,}08 = \frac{p}{100},$$

$$p = 8\%$$

**Atsakymas**. 8%.

**3. Paskelbus išpardavimą su 12% nuolaida prekė buvo parduota už 44 Lt. Kokia buvo pradinė prekės kaina?**

Sprendimas.

**I būdas**

Kadangi buvo padaryta 12% nuolaida, tai prekės kaina sudaro 100% - 12% = **88%** pradinės kainos.

Ieškome visos kainos (pradinės, be nuolaidos), tai

44:0,88 = 50 Lt.

**II būdas**

Sudarome proporciją:

88% - 44

100% - x, iš čia

$$x = \frac{44 \cdot 100\%}{88} = 50 \text{ Lt.}$$

**Atsakymas.** 50 Lt.

**4. Parduotuvės savininkas uždėjo prekei 45% antkainį, o paskui suteikė pirkėjui 20% nuolaidą. Kiek procentų pajamų gavo parduotuvės savininkas?**

Sprendimas.

Tegu pradinė prekės kaina **x** Lt.

Po uždėto antkainio x + 0,45x = **1,45x**.

Suteikus prekei 20% nuolaidą, prekė kainavo 1,45x – 1,45x$\cdot$0,2 = 1,45x – 0,29x = 1,16x.

Savininkas gavo pajamų %:

$$\frac{1{,}16x - x}{x} \cdot 100\% = 16\%$$

**Atsakymas.** 16%.

**5. Vienas lydinys turi 15% vario, o kitas - 25% vario. Po kiek kg reikia paimti kiekvienos rūšies lydinio, norint gauti 10 kg lydinio, turinčio 20% vario?**

Sprendimas.

Uždavinį spręsime sudarydami lygčių sistemą. Tegu lydinio su 15% vario paimta x kg, o lydinio su 25% vario paimta y kg. Tada pagal uždavinio sąlygą galime sudaryti lygtį:

x + y = 10.

Kadangi pirmajame lydinyje yra 15% vario, tai šio lydinio x kg kiekyje yra 0,15x kg gryno vario. Analogiškai antrojo lydinio y kg kiekyje yra 0,25y gryno vario. Gautame mišinyje pagal uždavinio sąlygą yra 10$\cdot$0,2 = 2 kg gryno vario.

Galime sudaryti antrąją lygtį:

0,15x + 0,25y = 2.

Sudarome dviejų lygčių su 2 nežinomaisiais sistemą:

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 0{,}15x+0{,}25y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10-y \\ 1{,}5-0{,}15y+0{,}25y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10-y \\ 0{,}1y=0{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$$

**Atsakymas.** Po 5 kg.

## Sudėtiniai procentai

### *Uždaviniai*

**1. Kiek gausime pinigų po 6 mėnesių, jei verslininkui paskolinsime 5000 Lt su 50% paprastųjų metinių palūkanų?**

Sprendimas.

$S = S_0 \cdot (1+pt)$, $S_0 = 5000$, $p = 0{,}5$, $t = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0{,}5$,

$S = 5000 \cdot (1+0{,}5 \cdot 0{,}5) = 5000 \cdot (1+0{,}25) = 5000 \cdot 1{,}25 = 6250$ Lt.

**Atsakymas**. 6250 Lt.

**2. Banko sudėtinių metinių palūkanų norma 12%, periodo trukmė 3 mėnesiai. Apskaičiuokite indėlininko pinigų sumą po dviejų metų, jei pradinis indėlis lygus 5000 Lt.**

Sprendimas.

$S = S_0 \cdot \left(1+\frac{p}{n}\right)^{t \cdot n}$, $S_0 = 5000$, $p = 0{,}12$, $t = 2$, $n = 4$.

$S = 5000 \cdot \left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{2 \cdot 4} = 5000 \cdot (1+0{,}03)^8 = 5000 \cdot 1{,}03^8 \approx 5000 \cdot 1{,}267 = 6333{,}85$ Lt.

**Atsakymas**. 6333,85 Lt.

**3. Lietuvos valstybinis komercinis bankas 1994 m. mokėjo 25% metinių palūkanų. Kiek būčiau gavęs palūkanų, jei 3 mėnesiams būčiau padėjęs 2000 Lt?**

Sprendimas.

$S = S_0 \cdot (1+pt)$, $S_0 = 2000$, $p = 0{,}25$, $t = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$,

$S = 2000 \cdot (1+0{,}25 \cdot 0{,}25) = 2000 \cdot (1+0{,}0625) = 2000 \cdot 1{,}0625 = 2125$ Lt.

$S - S_0 = 2125 - 2000 = 125$

**Atsakymas**. 125 Lt.

**4. Kiek turi mokėti palūkanų verslininkas, jei paskolinta 3000 Lt 5 mėnesiams su 40% paprastųjų metinių palūkanų?**

Sprendimas.

$S = S_0 \cdot (1+pt)$, $S_0 = 3000$, $p = 0{,}4$, $t = \frac{5}{12}$,

$$S = 2000 \cdot \left(1 + 0{,}4 \cdot \frac{5}{12}\right) \approx 3000 \cdot (1 + 0{,}166667) = 3500 \text{ Lt},$$

$S - S_0 = 3500 – 3000 = 500$ Lt.

**Atsakymas**. 500 Lt.

**5. Kiek procentų paprastųjų metinių palūkanų reikia pareikalauti, kad paskolinę 5000 Lt 8 mėnesiams gautume 600 Lt palūkanų?**

Sprendimas.

$$S = S_0 \cdot (1 + pt),$$

$$S = S_0 + S_0 pt,$$

$$S - S_0 = S_0 pt,$$

$$p = \frac{S - S_0}{pt} = \frac{600}{5000 \cdot \frac{8}{12}} = \frac{600 \cdot 12}{5000 \cdot 8} = \frac{9}{50} = 0{,}18 = 18\,\%$$

**Atsakymas**. 18%.

**6. Verslininkas 3 metams paėmė iš banko kreditą. Pagal sutartį numatyta, kad už kreditą reikia mokėti paprastąsias palūkanas, o metinė palūkanų norma lygi 25%. Apskaičiuokite kredito didumą žinodami, kad po 21 mėn. verslininkas atsiskaitė su banku sumokėjęs visą skolą – 44500Lt.**

Sprendimas.

$$S = S_0 \cdot (1 + pt),\ S = 44500,\ p = 0{,}25,\ t = \frac{21}{12},$$

$$S_0 = \frac{S}{1 + pt},$$

$$S_0 = \frac{44500}{1 + 0{,}25 \cdot \frac{21}{12}} = \frac{44500}{1 + 0{,}25 \cdot 1{,}75} = \frac{44500}{1{,}4375} \approx 30956{,}52 \text{ Lt}.$$

**Atsakymas**. 30956,52 Lt.

**7. Iš banko dvejiems metams paimtas kreditas su 24% paprastųjų metinių palūkanų norma. Apskaičiuokite kredito didumą (litų tikslumu), jei po 18 mėnesių su banku atsiskaityta, sumokėjus jam iš karto visą skolą – 40000 Lt.**

Sprendimas.

$$S = S_0 \cdot (1 + pt),\ S = 40000,\ p = 0{,}24,\ t = \frac{18}{12},$$

$$S_0 = \frac{S}{1+pt},$$

$$S_0 = \frac{40000}{1+0{,}24\cdot\frac{18}{12}} = \frac{40000}{1+0{,}24\cdot 1{,}5} = \frac{40000}{1{,}36} \approx 29412\ \text{Lt}.$$

**Atsakymas**. 29412 Lt.

**8. Koks bus indėlis po 4 metų, padėjus 850 Lt į banką, mokantį 8% sudėtinių metinių palūkanų, jei palūkanos skaičiuojamos kas 3 mėnesiai?**

Sprendimas.

$$S = S_0\cdot\left(1+\frac{p}{n}\right)^{t\cdot n},\ S_0 = 850,\ p = 0{,}08,\ t = 4,\ n = 4.$$

$$S = 850\cdot\left(1+\frac{0{,}08}{4}\right)^{4\cdot 4} = 850\cdot(1+0{,}02)^{16} = 850\cdot 1{,}02^{16} \approx 850\cdot 1{,}372786 = 1166{,}87\ \text{Lt}.$$

**Atsakymas**. 1166,87 Lt.

**9. Indėlininkas santaupas padėjo į banką, kuris mokėjo 4,5% metinių palūkanų, priskaičiuojamų kas mėnesį. Per 2 metus ir 4 mėnesius indėlio suma išauga iki 3000 Lt. kiek pinigų padėta į banką?**

Sprendimas.

$$S = S_0\cdot\left(1+\frac{p}{n}\right)^{t\cdot n},$$

$$S_0 = \frac{S}{\left(1+\frac{p}{n}\right)^{t\cdot n}},$$

$$S = 3000,\ p = 0{,}045,\ t = 2\frac{4}{12} = 2\frac{1}{3} = \frac{7}{3},\ n = 12.$$

$$S_0 = \frac{3000}{\left(1+\frac{0{,}045}{12}\right)^{\frac{7}{3}\cdot 12}} = \frac{3000}{(1+0{,}00375)^{28}} = \frac{3000}{1{,}00375^{28}} \approx 2701{,}50$$

**Atsakymas**. 2701,50 Lt

**10. Verslininkas į banką padėjo 1/3 turimų pinigų už 8% metinių palūkanų, priskaičiuojamų kas metai. Likusius pinigus padėjo į kitą banką, kuris mokėjo 6% metinių palūkanų, priskaičiuojamų kas mėnesį. Po dviejų metų gavo už du indėlius 1000 Lt palūkanų. Kiek pinigų įdėjo į bankus verslininkas?**

Sprendimas.

Tegu pradinė suma x Lt, tai į pirmą banką padėjo $\frac{1}{3}$ x Lt, o į antrą banką $\frac{2}{3}$ x Lt.

$$S_1 = \frac{1}{3}x \cdot (1 + 0{,}08)^2 = \frac{1}{3}x \cdot 1{,}08^2 = \frac{1}{3}x \cdot 1{,}1664 = 0{,}3888x\,,$$

$$S_2 = \frac{2}{3}x \cdot \left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{2\cdot 12} = \frac{2}{3}x \cdot 1{,}005^{24} = \frac{2}{3}x \cdot 1{,}1664 \approx 0{,}75144x\,,$$

$$\left(S_1 - \frac{1}{3}x\right) + \left(S_2 - \frac{2}{3}x\right) = 1000,$$

0,3888x - 0,3333x + 0,75144x - 0,66667x = 10000,

0,14024x = 1000,

x = 7130 Lt

**Atsakymas**. 7130 Lt.

**11. Kokia turi būti metinė palūkanų norma, kad priskaičiuojant kas pusmetį, ji duotų 21% metinį prieaugį?**

Sprendimas.

Tegu pradinė suma x Lt, tai S = x + 0,21x = 1,21x,

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{n}\right)^{t\cdot n},\ n = 2,\ t = 1.$$

$$1{,}21x = x \cdot \left(1 + \frac{p}{2}\right)^{1\cdot 2},$$

$$1{,}21 = \left(1 + \frac{p}{2}\right)^2,$$

$$1{,}1 = 1 + \frac{p}{2},$$

$$\frac{p}{2} = 0{,}1,$$

p = 0,2, t.y. 20%

**Atsakymas**. 20%.

**12. Žmogus į banką, kuriame palūkanos priskaičiuojamos kas 2 mėnesiai, padėjo 1250 Lt. Per du metus indėlis išaugo iki 1408,53 Lt. Kokia banko metinė palūkanų norma?**

Sprendimas.

$$1408{,}53 = 1250 \cdot \left(1 + \frac{p}{6}\right)^{2\cdot 6}$$

$$\left(1 + \frac{p}{6}\right)^{2\cdot 6} = \frac{1408{,}53}{1250},$$

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{n}\right)^{t\cdot n}, \quad 1 + \frac{p}{6} \approx 1{,}00999,$$

$$\frac{p}{6} = 0{,}00999,$$

$$p \approx 0{,}05994 \approx 0{,}06 = 6\%$$

**Atsakymas**. 6%.

**13. Banko metinė palūkanų norma 12%, priskaičiuojamų kas mėnesį. Pradinis indėlis 500 Lt. Apskaičiuokite indėlio sumą po 5 metų.**

Sprendimas.

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{n}\right)^{t\cdot n}, \quad S_0 = 500,\ p = 0{,}12,\ t = 5,\ n = 12.$$

$$S = 500 \cdot \left(1 + \frac{0{,}12}{12}\right)^{5\cdot 12} = 500 \cdot (1 + 0{,}01)^{60} = 500 \cdot 1{,}01^{60} \approx 500 \cdot 1{,}816697 = 908{,}35 \text{ Lt.}$$

**Atsakymas**. 908,35 Lt.

**14. Bankas moka 10%metinių palūkanų ir jas priskaičiuoja kas ketvirtį. Kiek pinigų bus sąskaitoje po 5 metų, jei pradinis indėlis 1000 Lt.**

Sprendimas.

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{n}\right)^{t\cdot n}, \quad S_0 = 1000,\ p = 0{,}1,\ t = 5,\ n = 4.$$

$$S = 1000 \cdot \left(1 + \frac{0{,}1}{4}\right)^{5\cdot 4} = 500 \cdot (1 + 0{,}025)^{20} = 500 \cdot 1{,}025^{20} \approx 500 \cdot 1{,}63862 = 1638{,}62 \text{ Lt.}$$

**Atsakymas**. 1638,62 Lt.

**15. Taupomasis bankas kiekvienų metų pabaigoje indėlininkams priskaičiuoja 5% metinių palūkanų. Per du metus indėlininkas gavo 41 Lt palūkanų. Koks buvo jo indėlis?**

Sprendimas.

Tegu $S_0 = x$, tuomet $S_1 = x + 41$,

$$S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{n}\right)^{t\cdot n}, \quad n = 1,\ t = 2,$$

$$x + 41 = x \cdot \left(1 + \frac{0{,}05}{1}\right)^{1\cdot 2},$$

$x + 41 = x \cdot \left(1 + 0{,}05\right)^2$,

$x + 41 = x \cdot \left(1{,}05\right)^2$,

$x + 41 = x \cdot 1{,}1025$,

$0{,}1025 \cdot x = 41$,

$x = 400$.

**Atsakymas**. 400 Lt.

## NAUDOTA LITERATŪRA:

1. Autorių kolektyvas. Matematika 10. Vilnius, 2001.
2. Mockus V. Aritmetikos, algebros, trigonometrijos ir analizės pradmenų žinynas. Šiauliai, 1998.
3. Lietuvos jaunųjų matematikų neakivaizdinės mokyklos užduotys, 1989.
4. www.kontroliniai.lt