Funkcijų tyrimas

Parengė:
Vilma Jonušienė
Vilniaus “Minties” gimnazijos matematikos mokytoja metodininkė

Funkcijos savybes tiriame tokia eilės tvarka:

1) (Apibrėžimo sritis) ***D_f=…***
2) (Lyginumas, periodiškumas) ***Skaičiuojame f(-x)=…***
3) (OX ašį kerta) ***Sprendžiame lygtį f(x)=0***
4) (OY ašį kerta) ***Skaičiuojame f(0)=…***
5) (Kritiniai taškai) ***Randame f’(x). Sprendžiame lygtį f’(x)=0.***
6) (Didėjimas, mažėjimas) ***Randame kur f’(x)>0 ir kur f’(x)<0.***
7) (min ir max) ***Nustatome ekstremumo taškus ir ekstremumus.***

Tiriame sudėtingesnes funkcijas

Papildomos užduotys

Aukštesnysis gebėjimų lygis

Grafikų braižymas su PLOTTER

Papildomos užduotys

1) $f(x) = (x+1)^2 (x-2)^3$

2) $g(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

$$f(x) = (x+1)^2 (x-2)^3$$

1) $D_f = (-\infty; +\infty)$

2) $f(-x) = (-x+1)^2 \cdot (-x-2)^3 = -(x-1)^2 (x+2)^3$ *nei lyg., nei nelyg.*

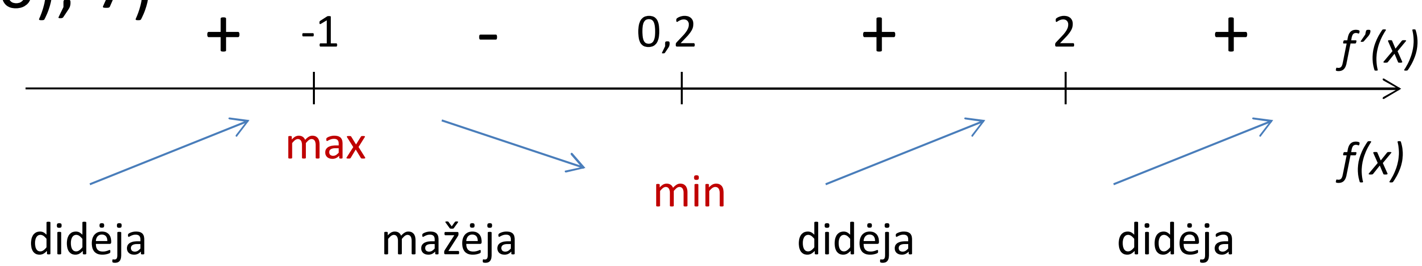
3) $f(x) = 0, \quad kai \quad x = -1 \ \ ir \ \ x = 2$

4) $f(0) = -8$

5) $f'(x) = (x+1)(x-2)^2 (5x-1)$

$f'(x) = 0, \ kai \ \ x = -1, \ \ x = 2 \ \ ir \ \ x = 0{,}2$

6), 7)

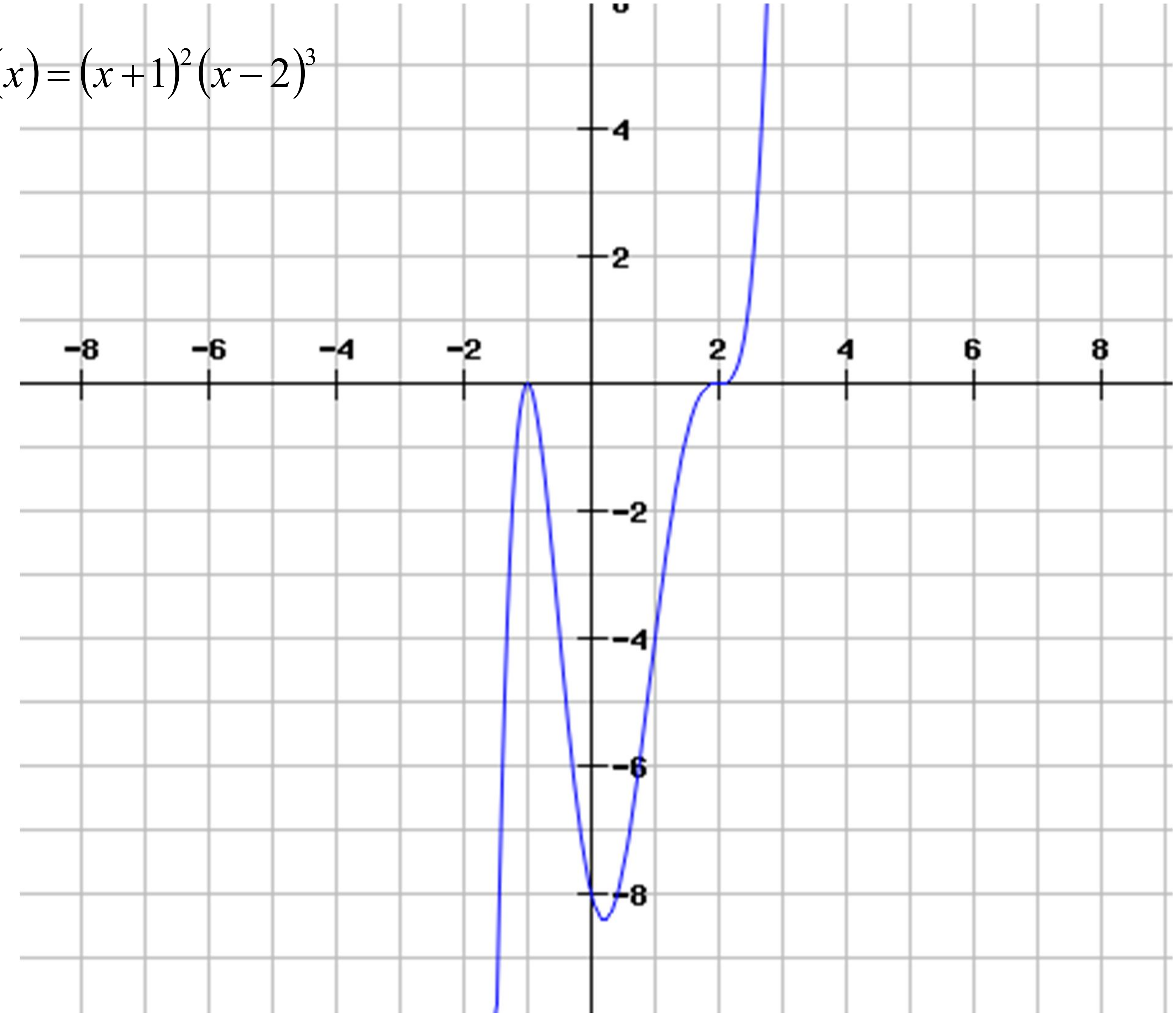


$$x_{\min} = 0{,}2 \quad y_{\min} = f(0{,}2) \approx -8{,}4$$

$$x_{\max} = -1 \quad y_{\max} = f(-1) = 0$$

Minimumo taškas (0,2; ≈-8,4)
Maksimumo taškas (-1; 0)

$$f(x) = (x+1)^2(x-2)^3$$



$$g(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

1) $D_g = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

2) $g(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = -\frac{x^3}{x^2 - 1}$ *nelygine*

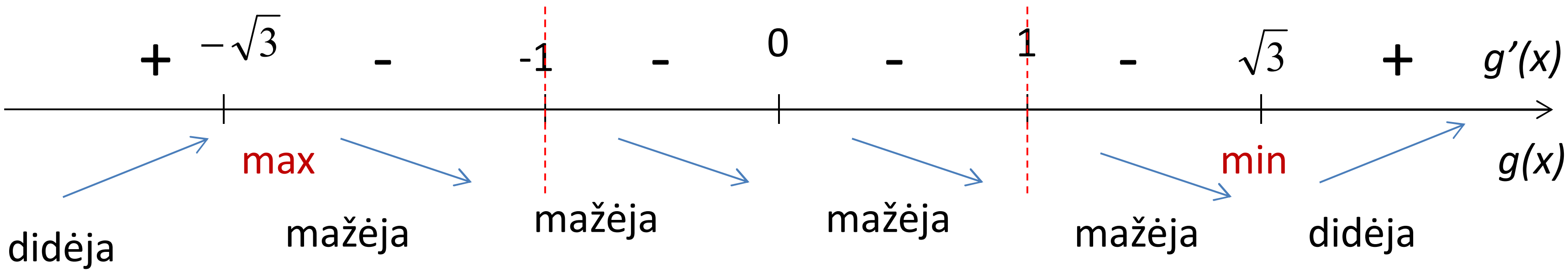
3) $g(x) = 0, \ kai \ \ x = 0$

4) $g(0) = 0$

5) $g'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{x^4 - 3x^2}{(x^2 - 1)^2}$

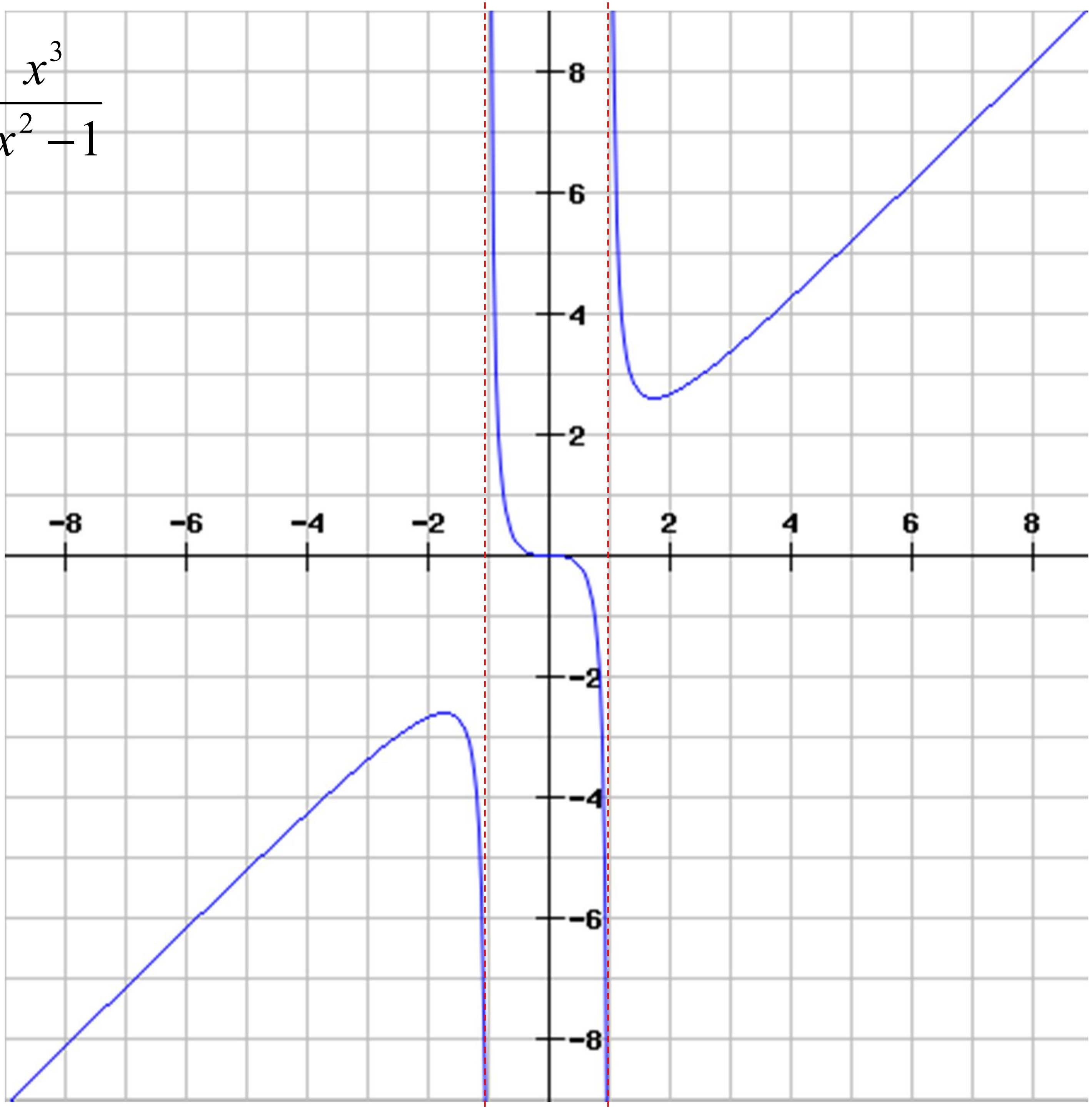
$g'(x) = 0, \ kai \ \ x = 0, \ \ x = -\sqrt{3} \ \ ir \ \ x = \sqrt{3}$

6), 7) $g_{\min}(\sqrt{3}) = 1{,}5\sqrt{3}, \qquad g_{\max}(-\sqrt{3}) = -1{,}5\sqrt{3}$



Kai $x \to +\infty$, tai $g(x) \to +\infty$;
kai $x \to -\infty$, tai $g(x) \to -\infty$;
kai $x \to 1$ $(x > 1)$, tai $g(x) \to +\infty$;
kai $x \to 1$ $(x < 1)$, tai $g(x) \to +\infty$

$$g(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$$



Tiriame sudėtingesnes trigonometrines funkcijas

Papildomos užduotys

Aukštesnysis gebėjimų lygis

Grafikų braižymas su MS Excel

Papildomos užduotys

1) $f(x)=\sin x-\sin^2 x$

2) $g(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos(2x)$

3) $h(x)=\sin x+\frac{1}{2}\sin(2x)$

$$f(x)=\sin x-\sin^2 x$$

1) $D(f)=R.$

2) *Funkcija nei lygine, nei nelygine. Jos periodas* 2π.

3) $f(x)=0, \quad kai \quad x=\pi n \quad arba \quad x=\frac{\pi}{2}+\pi n, \quad n\in Z.$

4) $f(0)=0.$

5) $f'(x)=\cos x-2\sin x\cos x$

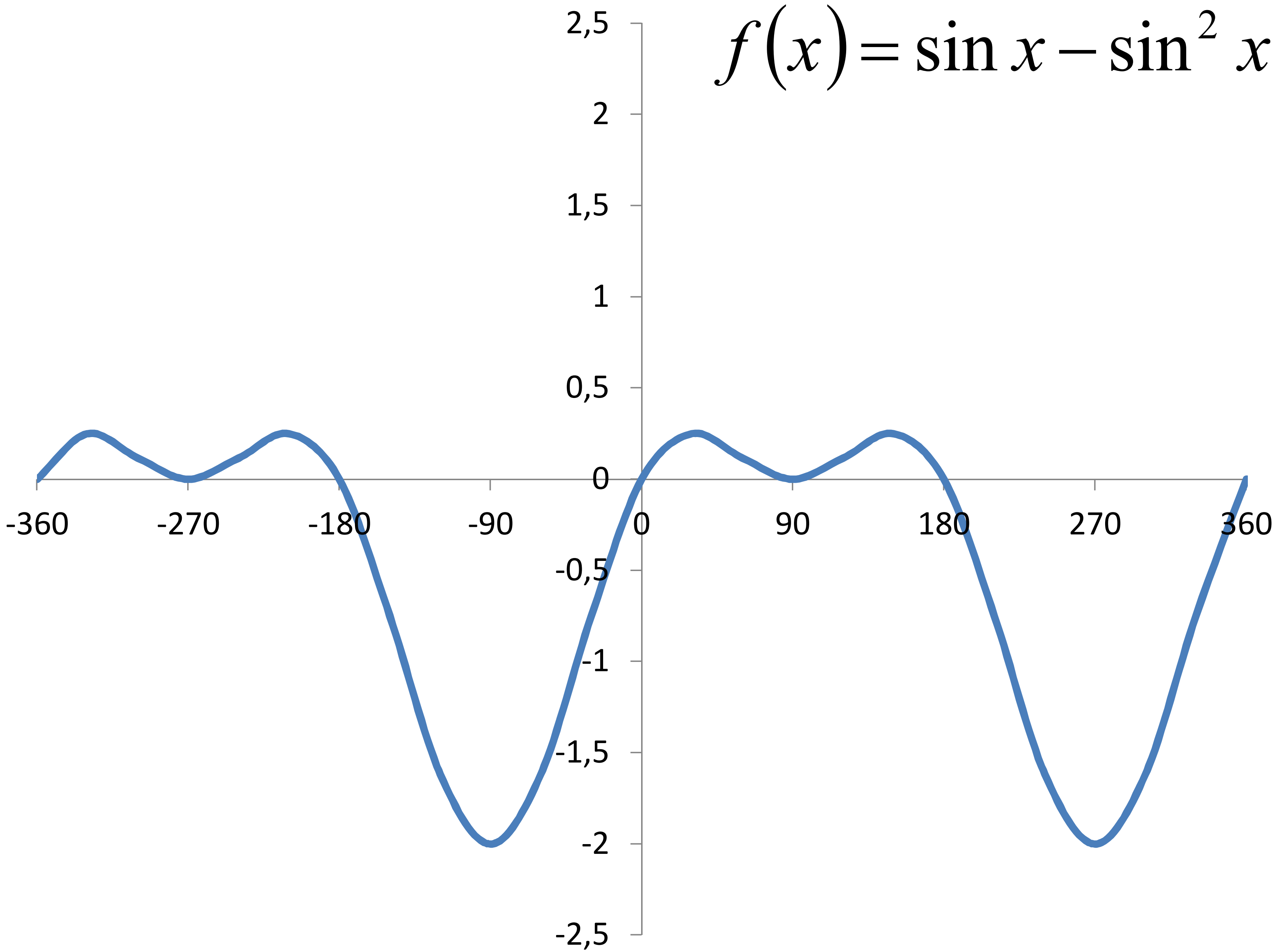
$$f'(x)=0, \quad kai \quad x=\frac{\pi}{2}+\pi n \quad arba \quad x=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n, \quad n\in Z.$$

6) $f'(x)>0, \quad kai \quad x\in\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{3\pi}{2}+2\pi n;\frac{13\pi}{6}+2\pi n\right), \quad n\in Z$

$$f'(x)<0, \quad kai \quad x\in\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right)\cup\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n\right), \quad n\in Z$$

7) $f_{\max}\left(\frac{\pi}{6}\right)=f_{\max}\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$

$$f_{\min}\left(\frac{\pi}{2}\right)=0, \quad f_{\min}\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-2$$



$f(x) = \sin x - \sin^2 x$
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-360
-270
-180
-90
0
90
180
270
360

$$g(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos(2x)$$

1) $D(g)=R.$

2) *Funkcija yra lygine.* *Jos periodas* 2π.

3) $g(x)=0, \quad kai \quad x=\pm\arccos\frac{1-\sqrt{3}}{2}+2\pi n, \quad n\in Z.$

4) $g(0)=\frac{1}{2}.$

5) $g'(x)=-\sin x+\sin(2x)$

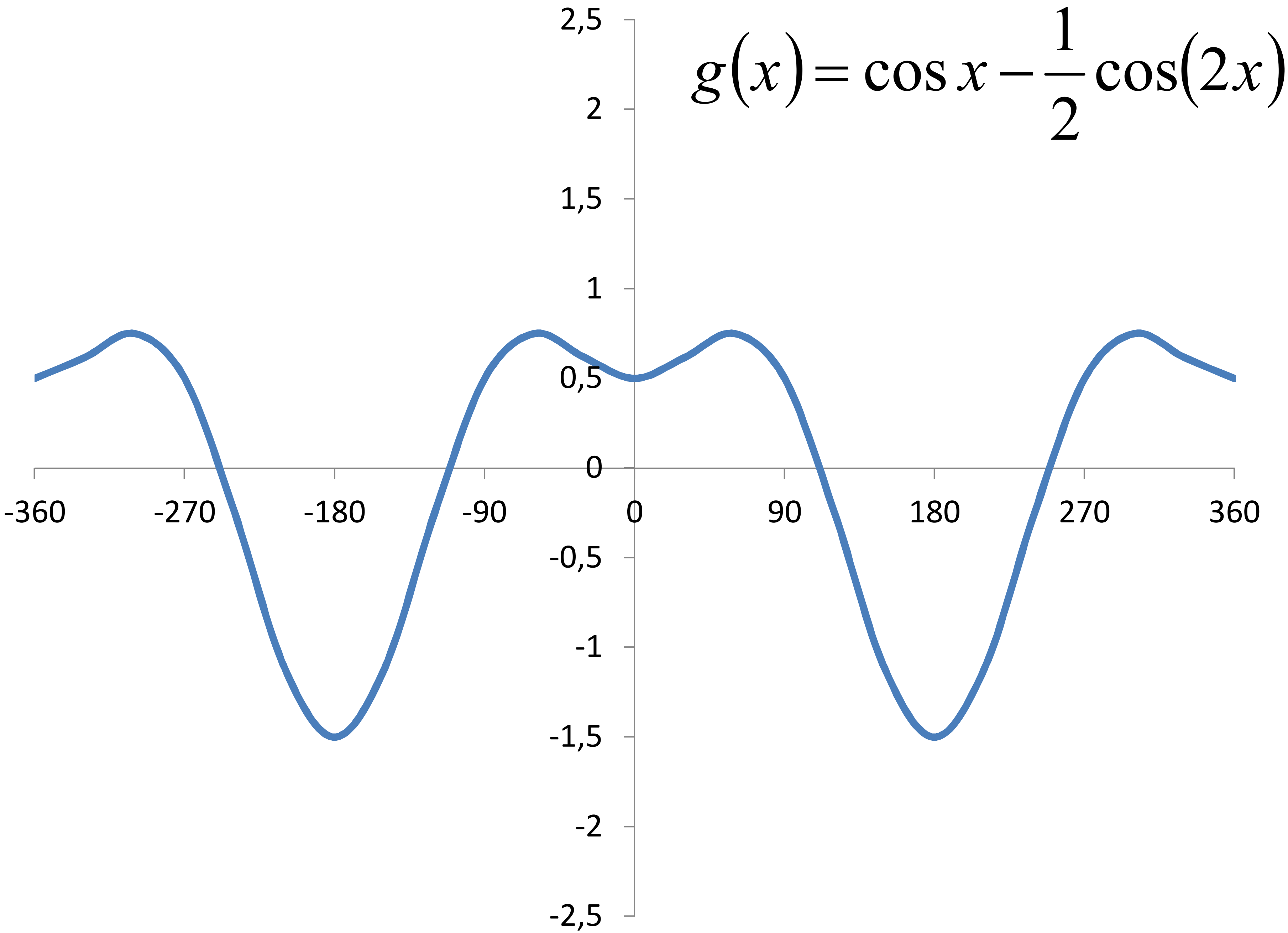
$g'(x)=0, \quad kai \quad x=\pi n \quad arba \quad x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n, \quad n\in Z.$

6) $g'(x)>0, \quad kai \quad x\in\left(2\pi n;\frac{\pi}{3}+2\pi n\right)\cup\left(\pi+2\pi n;\frac{5\pi}{3}+2\pi n\right), \quad n\in Z$

$g'(x)<0, \quad kai \quad x\in\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi n;2\pi n\right)\cup\left(\frac{\pi}{3}+2\pi n;\pi+2\pi n\right), \quad n\in Z$

7) $g_{\max}\left(\pm\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{4}$

$g_{\min}(0)=\frac{1}{2}, \quad g_{\min}(\pi)=-\frac{3}{2}$


$g(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos(2x)$
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-360
-270
-180
-90
0
90
180
270
360

$$h(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin(2x)$$

1) $D(h) = R.$

2) *Funkcija yra nelygine. Jos periodas* 2π.

3) $h(x) = 0, \quad kai \quad x = \pi n, \quad n \in Z.$

4) $h(0) = 0.$

5) $h'(x) = \cos x + \cos(2x)$

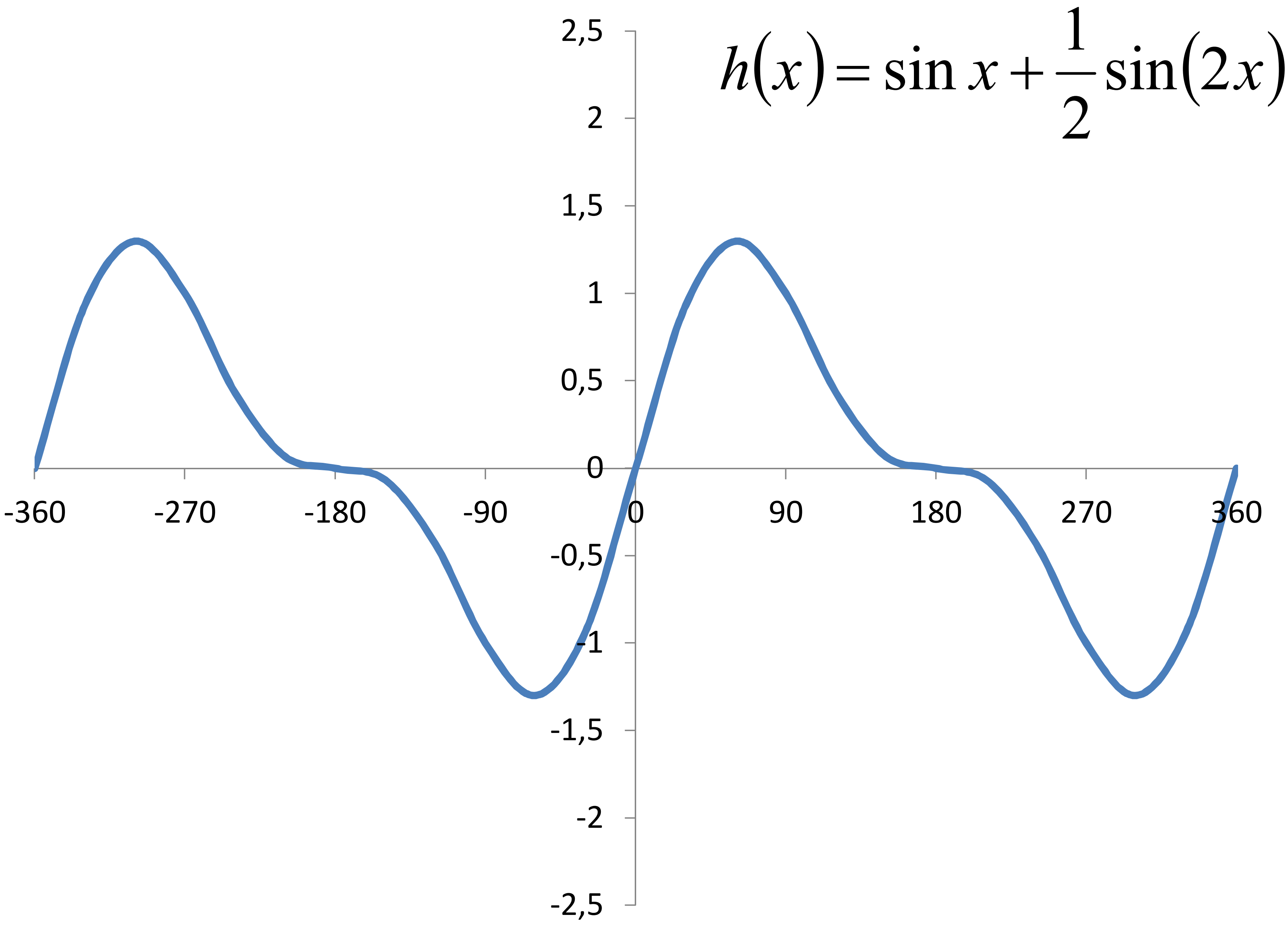
$$h'(x) = 0, \quad kai \quad x = \pi + 2\pi n \quad arba \quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in Z.$$

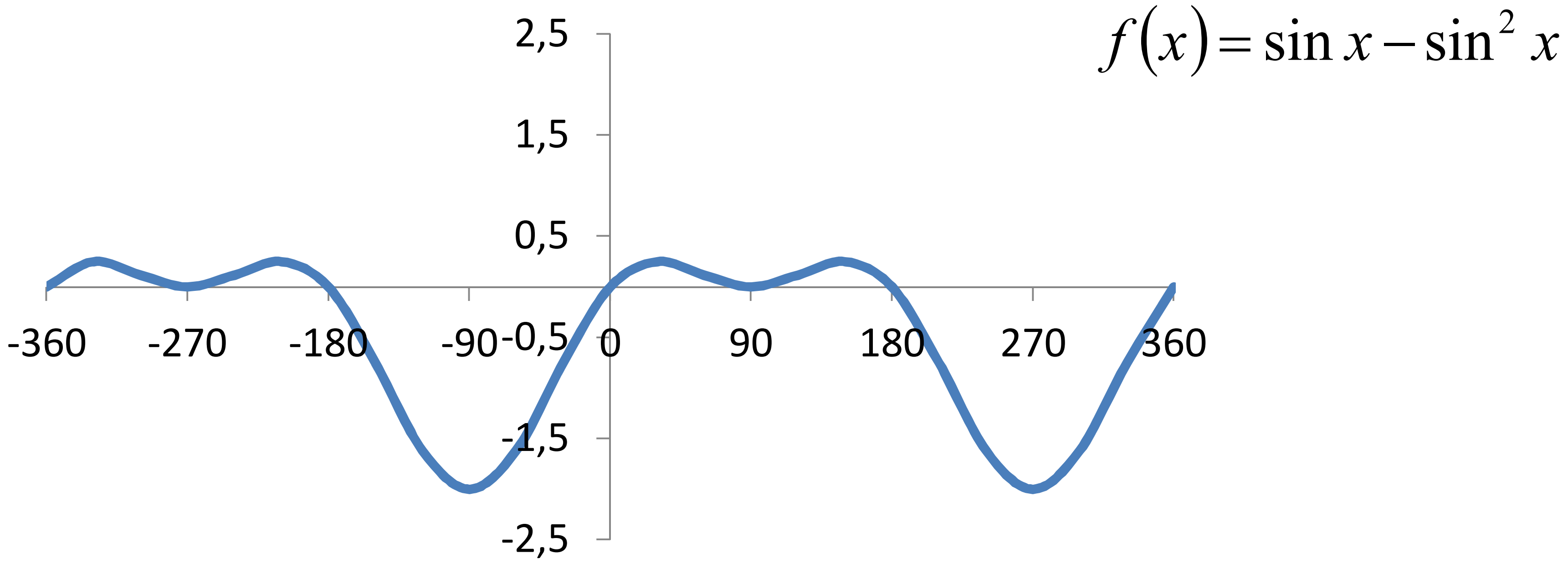
6) $h'(x) > 0, \quad kai \quad x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right), \quad n \in Z$

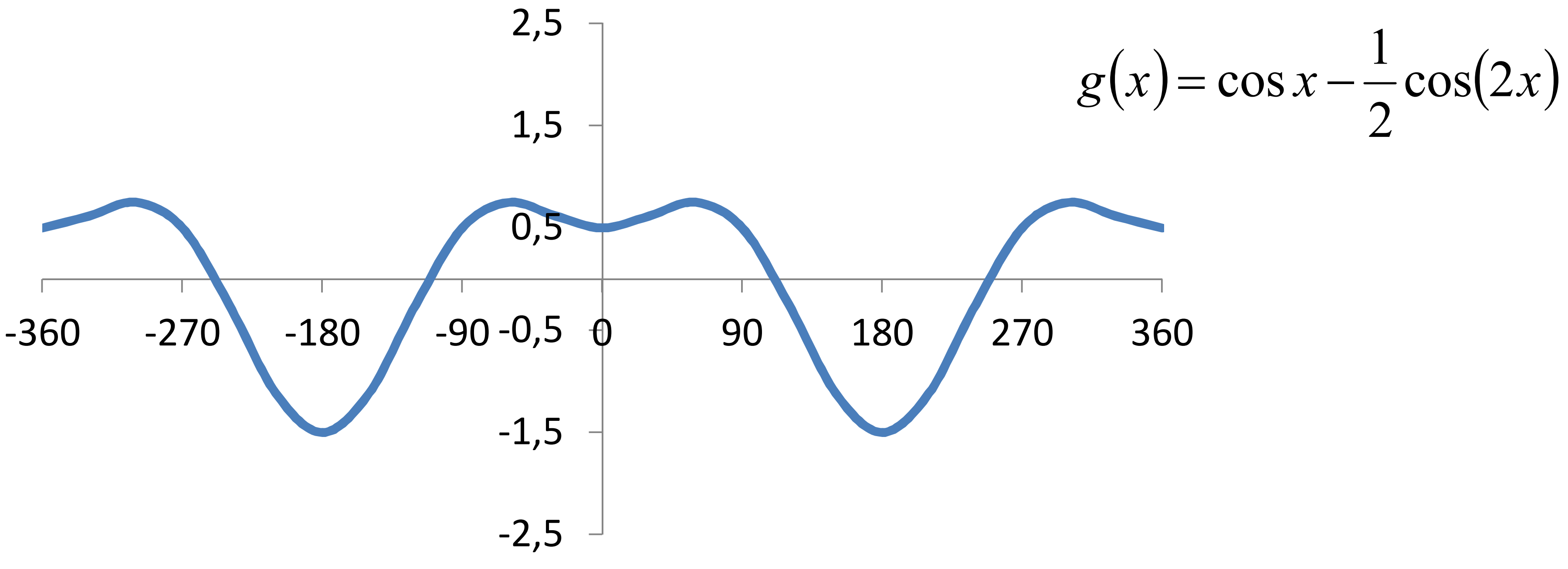
$$h'(x) < 0, \quad kai \quad x \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) \cup \left(\pi + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right), \quad n \in Z$$

7) $h_{\max}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$$h_{\min}\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$


$h(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin(2x)$
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
-360
-270
-180
-90
0
90
180
270
360


$f(x)=\sin x-\sin^2 x$
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
-360
-270
-180
-90
0
90
180
270
360


$g(x)=\cos x-\frac{1}{2}\cos(2x)$
2,5
1,5
0,5
-0,5
-1,5
-2,5
-360
-270
-180
-90
0
90
180
270
360

$$g(x) = \cos x - \frac{1}{2}\cos(2x) = \cos x - \frac{1}{2}\left(\cos^2 x - \sin^2 x\right) =$$

$$= \cos x - \frac{1}{2}\left(\cos^2 x - 1 + \cos^2 x\right) = \cos x + \frac{1}{2} - \cos^2 x =$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \frac{1}{2}$$