METODINIŲ PRIEMONIŲ PANAUDOJIMAS DIRBANT SU GABIAIS MOKINIAIS

Paruošė Zina Šiaulienė

(Vilniaus licėjus)

2013

Lietuvos mokinių matematikos olimpiados dalykinė programa

(www.lmnsc.lt, olimpiados, matematikos, archyvas, 2011 m., programa)

Moksleivių matematikos olimpiadų temos:

- Algebra: funkcijos, daugianariai, sekos, lygtys, lygčių sistemos, nelygybės, tapatybės.
- Geometrija: tiesė, kampai, trikampio, keturkampio ir apskritimo geometrija, daugiakampiai, stereometrijos pagrindai, vektoriai.
- Skaičių teorija: dalumas, pirminiai skaičiai, iracionalieji skaičiai.
- Kombinatorika: sudėties ir daugybos taisyklės, faktorialas, deriniai.

Į Lietuvos mokinių matematikos olimpiados programą įtraukti ir šie papildomi uždavinių sprendimo metodai:

- Invariantų metodas.
- Matematinės indukcijos metodas.
- Dirichlė principas.
- Liekanų klasės ir lyginiai.

Mokiniams taip pat rekomenduojama būti susipažinus su šių temų uždaviniais:

- Ekstremumai.
- Žaidimų strategijos.
- Funkcinės lygtys.
- Lygčių ir jų sistemų sprendimas sveikaisiais skaičiais.

Knygos ir internetiniai adresai, kur galima greitai susirasti teorinę medžiagą bei uždavinius su atsakymais ir sprendimais:

www.math.ru (библиотека, архивы журналов)
www.gvu.lt (matematika : mokinių ugdymo gairės, teorija, užduotys)
www.olimpiados.lt (matematikos knyga)

Д.О.Шклярский, Н.Н.Ченцов, И.М.Яглом
ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ И ТЕОРЕМЫ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ
Арифметика и алгебра
Часть 2. Геометрия
R. Kašuba „Kaip spręsti, kai nežinai kaip”, Vilnius : TEV, 2006,
A. Andžans ir kt. „Invariantų metodas” , Vilnius : TEV, 2003.

J. Kubilius, Olimpiadinis matematikos uždavinynas, Kaunas: Šviesa, 1972.
Lietuvos jaunųjų matematikų mokykla, Jaunajam matematikui, Vilnius: Danieliaus leidykla.

A. Grincevičius, J. Mačys, Lietuvos jaunųjų matematikų olimpiadų uždaviniai, Kaunas: Šviesa, 1980.
J. Mačys, Moksleivių matematikos olimpiadų uždaviniai 1986-2002 m., Vilnius: TEV, 2003.

Fakultatyvinis kursas , Matematika X-XI kl., straipsnių rinkinys, Kaunas: Šviesa, 1973.
Nacionalinė moksleivių akademija, Matematika, Rinktiniai matematikos skyriai, 2007.

Vienas algebrinės nelygybės pavyzdys:

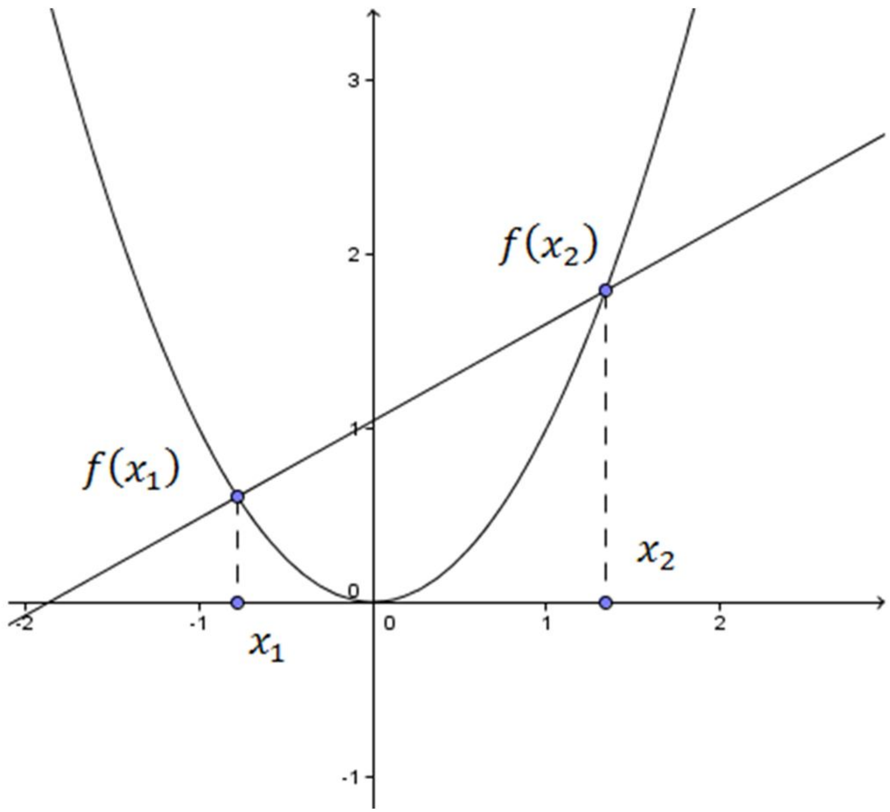
Įrodykite, kad bet kuriems $a, b, c \geq 0$

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + c\sqrt{c} \geq (a+b+c)\sqrt{\frac{a+b+c}{3}}.$$

Nelygybės įrodyme remsimės iškilios funkcijos savybėmis, aprašytomis www.gvu.lt algebrinių nelygybių skyriuje.

Apibrėžimas. Funkcija *f(x)* vadinama iškila žemyn (įgaubta) intervale [*a*;*b*], jeigu su visais *x* iš šio intervalo teisinga nelygybė

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \le \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}.$$



Teorema. Jeigu funkcija f iškila žemyn intervale I, tai su visais $x_1, x_2, \ldots, x_n$ iš šio intervalo

$$\boldsymbol{f\left(\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}}.$$

Įrodymas.

Kadangi $x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}$, tai pasirenkame funkciją $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$.

Ji yra iškila žemyn intervale $[0; \infty)$. Vadinasi,

$$\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \leq \frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}}}{3},$$

$$\frac{a+b+c}{3}\sqrt{\frac{a+b+c}{3}} \leq \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + c\sqrt{c}}{3},$$

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} + c\sqrt{c} \geq (a+b+c)\sqrt{\frac{a+b+c}{3}}.$$

Ačiū už dėmesį